

**ELETRONICA INDUSTRIALE DI POTENZA****Esercitazione 6****PROVVEDIMENTI PER LA COMPENSAZIONE DELLE POTENZE  
REATTIVE E DEFORMANTI**

Si dimensiona il filtro in ingresso di un ponte a 6 tiristori total-controllato, rispettando le seguenti specifiche tecniche:

- ✓ Tensione trifase di ingresso: 400V concatenati ( $V_f=230V$ );
- ✓ Tolleranza sulle tensioni di ingresso:  $\pm 10\%$ ;
- ✓ Potenza in uscita dal convertitore  $P_0=100kW$ ;
- ✓ Tensione di uscita:  $V_0=450V$ ;
- ✓ Fattore di potenza della corrente di ingresso  $\cos\phi > 0,9$  induttivo per carico nominale e tensione di ingresso pari al valore massimo;
- ✓  $\sin\phi$  della corrente di ingresso, con carico pari al 40% e tensione di rete nominale:  $\sin\phi > 0$  (comportamento non capacitivo);
- ✓ Distorsione armonica totale:  $THD < 15\%$ ;
- ✓ Condensatori disponibili:  $100\mu F-600V_{ac}$  e  $50\mu F-600V_{ac}$ ;

Inoltre ricavare l'espressione del fattore di potenza con e senza filtro aggiuntivo.

**OSSERVAZIONI SULL'UTILIZZO DEI FILTRI**

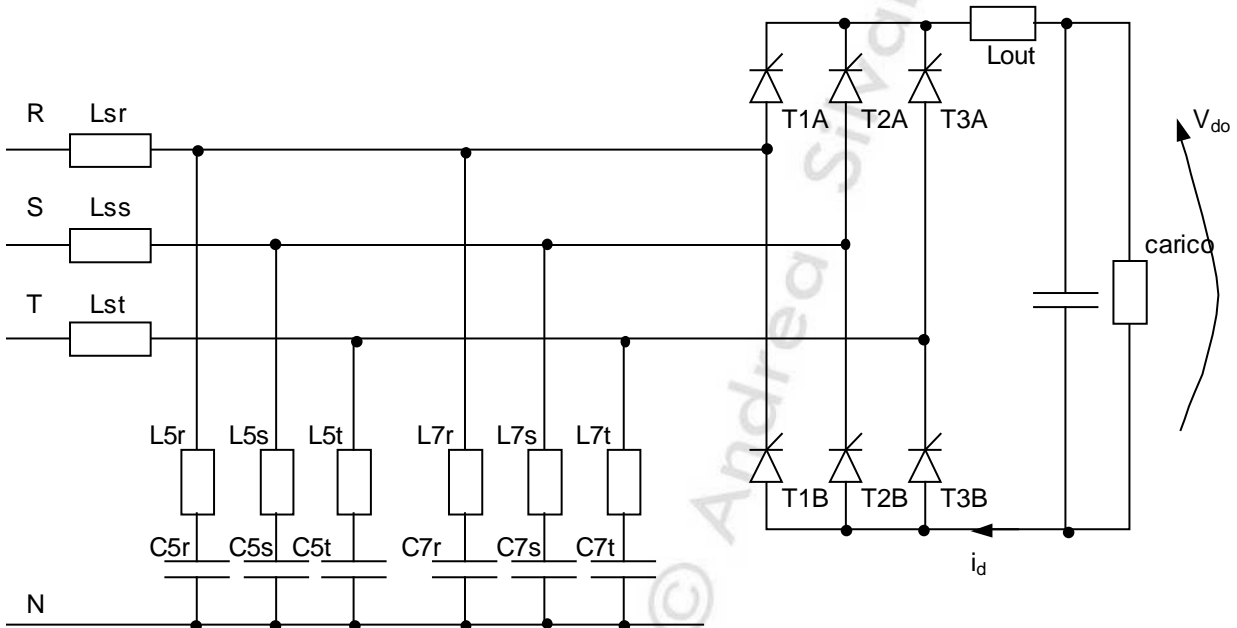
I convertitori c.a.-c.c. sono generalmente caratterizzati da correnti al secondario con forme d'onda rettangolari o simili, questo fatto causa l'assorbimento dalla rete di una potenza con un forte contenuto armonico che non è ben gradita da altri utilizzatori collegati alla rete. Ad esempio un raddrizzatore controllato a 6 tiristori genera armoniche d'ordine 5, 7, 11, 13 e così via, che hanno valore efficace pari a  $1/5$ ,  $1/7$ ,  $1/11$ ,  $1/13$  e così via, dell'armonica fondamentale.

Con questa esercitazione si vuole dimensionare un sistema in grado di assorbire parte delle armoniche e ridurre la distorsione a meno del 15%; la soluzione che verrà utilizzata è l'inserimento di filtri che attenuano bene determinate armoniche, prevediamo che sarà sufficiente tagliare le frequenze corrispondenti alle prime due armoniche, la 5 e la 7, quelle che danno un maggior contributo. Ogni filtro è costituito da tre rami induttivi e capacitivi collegati a stella alla linea d'alimentazione del convertitore, ogni ramo verrà dimensionato per una determinata armonica in modo tale che la corrente con questa frequenza si richiuda nel filtro invece che nella rete a monte che presenta impedenza maggiore, questo sarà possibile se la frequenza di risonanza dei rami sarà uguale alla frequenza della armonica che si vuole attenuare. Alla frequenza di rete i filtri hanno un comportamento capacitivo, possono perciò essere sfruttati anche per rifasamento del sistema.

Per il corretto funzionamento del sistema si devono posizionare delle induttanze serie  $L_s$  sulla linea di alimentazione a monte dei filtri; questo accorgimento serve per impedire l'eventuale richiusura sui nostri filtri di altre armoniche del 5 e 7 ordine presenti in rete e con ampiezza

elevata che potrebbe danneggiarli, la presenza delle  $L_s$  varia infatti la frequenza di risonanza dei filtri visti dal lato rete. Come secondo effetto contribuiscono ad aumentare l'impedenza della rete vista dal convertitore.

In conclusione il circuito completo sarà così realizzato:



Studiamo ora se i filtri hanno caratteristica induttiva o capacitiva. La frequenza di risonanza per un filtro è:

$$f_{ris} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

La frequenza di risonanza per una determinata armonica:

$$f_n = f_{rete} n$$

Ricaviamo la L della "trappola" per le armoniche del 5 ordine:

$$f_5 = 5f_{rete} \quad L = \left( \frac{1}{10\pi \cdot f_{rete}} \right)^2 \frac{1}{C}$$

L'impedenza complessiva di questo ramo alla frequenza di rete vale:

$$Z_{LC,50Hz} = j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = j \left( 2\pi \cdot f_{rete} \frac{1}{100\pi^2 f_{rete}^2 C} - \frac{1}{2\pi \cdot f_{rete} C} \right)$$

$$Z_{LC,50Hz} = j \left( \frac{1}{50\pi \cdot f_{rete} C} - \frac{1}{2\pi \cdot f_{rete} C} \right)$$

si osserva che alla frequenza di rete l'impedenza complessiva di ogni ramo presenta effettivamente comportamento capacitivo, ciò permette di sfruttare i filtri anche per rifasare il convertitore.

Calcoliamo quale errore commettiamo considerando l'impedenza totale costituita dal solo termine capacitivo:

$$Z_{C,50Hz} = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{2\pi \cdot f_{rete} C} \quad \Delta Z = Z_{LC,50Hz} - Z_{C,50Hz} = j \frac{1}{2\pi \cdot f_{rete} n^2 C}$$

$$\varepsilon\% = \frac{\Delta Z}{Z_{C,50Hz}} = \frac{2\pi \cdot f_{rete} C}{50\pi \cdot f_{rete} C} 100 = 4\%$$

L'errore che si commette è perciò trascurabile e a maggior ragione sarà trascurabile sul circuito risonante alla 7<sup>a</sup> armonica.

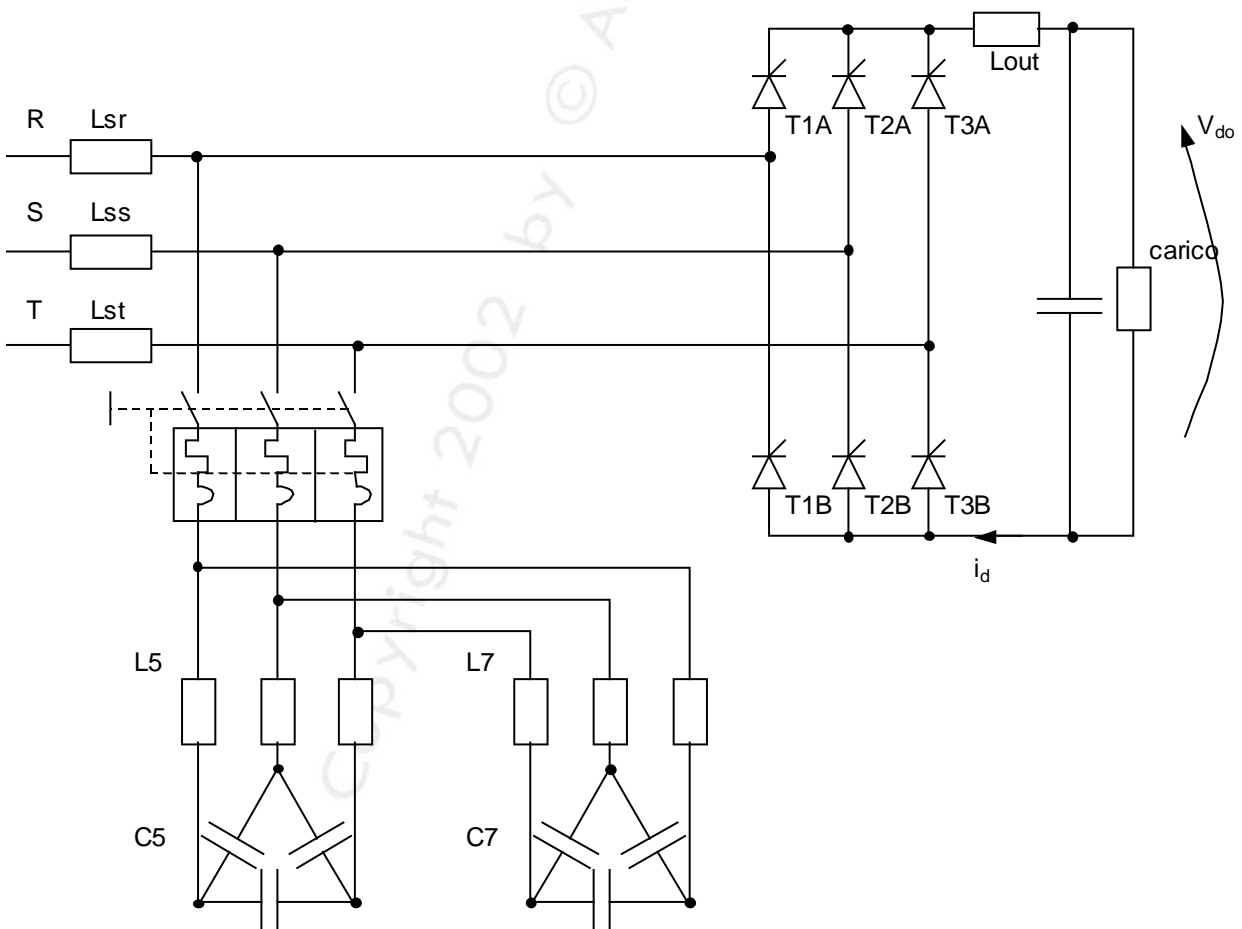
Quindi si può osservare che se a 50Hz (frequenza di rete) l'adozione delle "trappole" evidenzia prettamente l'aspetto capacitivo si potrà pensare di sfruttare tale effetto ai fini di un rifasamento.

Il collegamento che si preferisce utilizzare per i condensatori è a triangolo, in modo che la C da installare su ogni lato sia solo un terzo di quella che servirebbe nel collegamento a stella. La scelta delle L presenta invece una più ampia gamma di valori, ma sarà comunque orientata verso batterie trifase di induttanze piuttosto di tre induttanze monofasi che sono più costose e non funzionano così bene.

Tutti i componenti presentano delle tolleranze costruttive, oltre a questi scostamenti bisogna tener conto che i condensatori a film sono realizzati in modo da "cicatrizzarsi" dopo la scarica in un foglio isolante, a lungo andare questo fenomeno provoca però una diminuzione della capacità e di conseguenza un mal funzionamento dei filtri. Si spiega così la preferenza di non installare un elevato numero di trappole in grado di attenuare anche le armoniche di ordine alto, infatti tutto funziona bene nei primi periodi, ma nel momento in cui si guasta un condensatore, o la capacità varia per i motivi sopra spiegati, è difficile individuare il guasto e ripristinare il funzionamento ottimale.

In caso di guasto dei filtri si deve evitare che tutto il convertitore vada fuori uso, per far questo si prevedono delle protezioni installate a monte degli stessi. I dispositivi di protezione scelti sono interruttori tripolari magnetotermici in modo da garantire la contemporanea interruzione delle tre fasi, diversamente da come avverrebbe con l'uso di fusibili.

In seguito alle osservazioni fatte il circuito complessivo risulta il seguente:



## DIMENSIONAMENTO DEI FILTRI

Per le osservazioni precedenti, utilizzeremo i filtri anche per rifasare il convertitore e prendendo come dato iniziale di progetto il valore della capacità di rifasamento, proseguiremo determinando l'induttanza caratteristica di ogni trappola che consenta di ottenere la frequenza di risonanza corrispondente alle armoniche da tagliare. Il progetto inizia dalla scelta delle C anche perché possono essere scelte solo fra valori normalizzati, mentre è più facile realizzare L di valore voluto.

Il testo fornisce delle specifiche a riguardo del rifasamento del convertitore, la cui potenza reattiva non è nota e dipende dal ritardo  $\alpha$  del controllo di fase e quindi dalla tensione raddrizzata richiesta. In un ponte total-controllato sussiste il seguente legame fra tensione raddrizzata ed  $\alpha$ :

$$V_o = \frac{6}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} V_f \cos(\alpha) \quad \text{dove } V_f \text{ è la tensione stellata:} \quad V_f = \frac{V_c}{\sqrt{3}}$$

da cui si ricava:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{V_o}{V_f} \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$$

La tolleranza sulla tensione in ingresso deve essere del 10%, perciò il valor nominale e il valore massimo del ritardo di fase vale:

$$\alpha_{\max} = \arccos\left(\frac{V_o}{V_f} \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{2}{3}}\right) = \arccos\left(\frac{450}{230 \cdot 1,1} \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{2}{3}}\right) = 0,706\pi = 40,5^\circ$$

$$\alpha_{\text{nom}} = \arccos\left(\frac{V_o}{V_f} \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{2}{3}}\right) = \arccos\left(\frac{450}{230} \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{2}{3}}\right) = 0,58\pi = 33,2^\circ$$

sempre dal testo è richiesto che con carico del 40% il comportamento non sia capacitivo, imponiamo in questo funzionamento un angolo caratteristico di 0, infatti aumentando il carico l'angolo aumenterà allontanandosi sempre più dal funzionamento capacitivo.

La potenza reattiva per fase vista dalla rete è:

$$Q_{\text{fase}} = \frac{Q}{3} = (\omega L_s I_1^2 + V_f I_1 \sin(\alpha)) - \omega C V_f^2$$

in questa relazione si è tenuto conto del solo contributo capacitivo dei filtri commettendo un errore trascurabile del 4%, inoltre la C che compare è l'equivalente stellato. Come ipotesi di progetto si pensa di fissare al 10% la caduta di tensione sulle  $L_s$  che quindi avranno valore pari a:

$$L_s = \frac{V_f}{10\omega I_1}$$

dove la corrente  $I_1$  si ricava dall'espressione della conservazione di potenza fra ingresso ed uscita del convertitore in assenza di perdite:

$$3V_f I_1 = P_0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{P_0}{3V_f} = \frac{100 \cdot 10^3}{3 \cdot 230} = 145 \text{ A}$$

con carico al 40%:

$$I_{1,40\%} = 58 \text{ A} \quad L_s = \frac{V_f}{10\omega I_{1,40\%}} = \frac{230}{10 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 145} = 0,5 \text{ mH}$$

dall'espressione della potenza reattiva per fase si ricava il valore di capacità:

$$C = \left(\omega L_s I_{1,40\%}^2 + V_f I_{1,40\%} \sin(\alpha_{\text{nom}})\right) \frac{1}{\omega V_f^2}$$

$$C = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 230^2} (2\pi 50 \cdot 0,5 \cdot 10^3 \cdot 58^2 + 230 \cdot 58 \cdot \text{sen}(33))$$

$$C = 475 \mu F \cong 450 \mu F$$

è sempre l'equivalente stellato

Si deve verificare che il valore scelto con carico al 40% sia sufficiente a rifasare anche il carico nominale, la potenza reattiva per fase a carico nominale:

$$Q_{\text{fase}} = \frac{Q}{3} = 2\pi 50 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} 145^2 + 253 \cdot 145 \cdot \text{sen}(40,5) - 2\pi 50 \cdot 450 \cdot 10^{-6} 253^2$$

$$Q_{\text{fase}} = \frac{Q}{3} = 18079 \text{VAr} \quad \Rightarrow \quad Q = 54237 \text{VAr}$$

A cui corrisponde uno sfasamento:

$$\text{tg}(\varphi) = \frac{Q}{P_0} = \frac{54237}{100 \cdot 10^3} = 0,542$$

$$\text{Considerando } P_{\text{Ingresso}} = P_{\text{Uscita}} \Rightarrow \varphi = 28,4^\circ$$

$$\cos(\varphi) = 0,88$$

Quindi sono rispettate le condizioni di sfasamento con carico nominale.

Verifichiamo se l'ipotesi fatta sull'utilizzo di una trappola del 5 ed una del 7 ordine è sufficiente a garantire una distorsione armonica totale THD inferiore al 15%:

$$\text{THD} = \frac{I_{\text{distorcente}}}{I_1} \cdot 100 = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + I_5^2 + \dots}}{I_1} \cdot 100$$

$$\text{THD} = \sqrt{\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 + \left(\frac{I_3}{I_1}\right)^2 + \left(\frac{I_4}{I_1}\right)^2 + \left(\frac{I_5}{I_1}\right)^2 + \dots} \cdot 100$$

senza filtro si ha:

$$\text{THD} = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 + \left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2 + \dots} \cdot 100 \cong 29\%$$

introducendo il filtro per la 5 armonica:

$$\text{THD} = \sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2 + \left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2 + \dots} \cdot 100 \cong 20\%$$

introducendo anche il filtro per la 7 armonica:

$$\text{THD} = \sqrt{\left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2 + \dots} \cdot 100 \cong 14\%$$

il risultato ottenuto inserendo trappole del 5 e 7 ordine è conforme alle specifiche richieste.

Il valore C ricavato è l'equivalente stellato della capacità complessiva dei due filtri, bisogna perciò calcolare i singoli valori di C<sub>5</sub> e C<sub>7</sub>, e da questi i valori di L<sub>5</sub> ed L<sub>7</sub>. Imponiamo la risonanza delle due trappole:

$$5\omega = \frac{1}{\sqrt{L_5 C_5}} \quad 7\omega = \frac{1}{\sqrt{L_7 C_7}}$$

Si cerca di ricavare i valori di  $C_5$  e  $C_7$  in modo che, per ragioni pratiche,  $L_5$  ed  $L_7$  siano uguali:

$$\begin{aligned} 5\omega &= \frac{1}{\sqrt{LC_5}} & 7\omega &= \frac{1}{\sqrt{LC_7}} \\ 25\omega^2 &= \frac{1}{LC_5} & 49\omega^2 &= \frac{1}{LC_7} \\ \omega^2 L &= \frac{1}{25C_5} & \omega^2 L &= \frac{1}{49C_7} \\ \frac{1}{25C_5} &= \frac{1}{49C_7} & \Rightarrow & C_5 = \frac{49}{25}C_7 \cong 2C_7 \end{aligned}$$

Bisogna notare la validità dell'ultima relazione per il dimensionamento di tutte le trappole del 5 e 7 ordine.

Rispettando entrambe le condizioni ottenute e utilizzando valori normalizzati:

$$\begin{cases} C_5 = 2C_7 \\ C = C_5 + C_7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_5 = \frac{2}{3}C = 300\mu F \\ C_7 = \frac{1}{3}C = 150\mu F \end{cases}$$

i risultati sono gli equivalenti stellati, perciò nelle trappole si collegheranno a triangolo 3 capacità di valore un terzo delle precedenti:

$$C_5 = 3 \times 100\mu F \quad C_7 = 3 \times 50\mu F$$

verifichiamo se con i valori delle C scelti si è riusciti a mantenere uguale il valore delle L:

$$L_5 = \frac{1}{25\omega^2 C_5} = \frac{1}{25(2\pi \cdot 50)^2 300 \cdot 10^{-6}} = 1,35\text{mH}$$

$$L_7 = \frac{1}{49\omega^2 C_7} = \frac{1}{49(2\pi \cdot 50)^2 150 \cdot 10^{-6}} = 1,37\text{mH}$$

visti i risultati si può pensare di compiere l'approssimazione:

$$L_5 = L_7 = 1,36\text{mH}$$

ottenendo perciò le frequenze di risonanza:

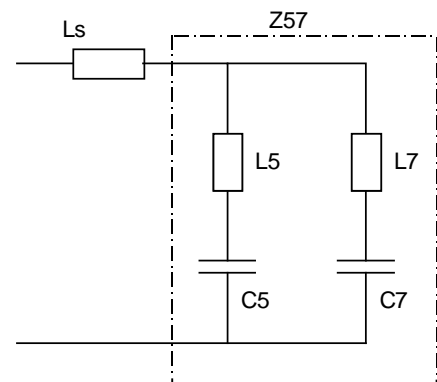
$$f_5 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_5}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1,36 \cdot 10^{-3} \cdot 300 \cdot 10^{-6}}} = 249\text{Hz}$$

$$f_7 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_7}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1,36 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^{-6}}} = 352\text{Hz}$$

che si discostano poco dai valori voluti.

Il circuito monofase costituito dall'equivalente stellato delle trappole e dalle L di serie visto dalla rete si presenta nel modo mostrato a lato.

E' consigliabile verificare che questo circuito non sia caratterizzato dal fenomeno di risonanza a frequenze diverse da quelle previste, in particolare per la 3 armonica, visto che tutte le altre di ordine superiore hanno intensità che diminuisce proporzionalmente all'ordine.



Calcoliamo l'impedenza di questo circuito con frequenza tripla rispetto alla rete:

$$X_5 = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega^2 C_5}\right) \quad X_7 = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega^2 C_7}\right)$$

$$\frac{1}{Z_5} = \frac{\omega \cdot C_5}{\omega^2 LC_5 - 1} \quad \frac{1}{Z_7} = \frac{\omega \cdot C_7}{\omega^2 LC_7 - 1}$$

$$\frac{1}{Z_5} = \frac{2\omega \cdot C}{2\omega^2 LC - 1} \quad \frac{1}{Z_7} = \frac{\omega \cdot C}{\omega^2 LC - 1}$$

$$Z_{57} = \left( \frac{2\omega \cdot C}{2\omega^2 LC - 1} - \frac{\omega \cdot C}{\omega^2 LC - 1} \right)^{-1}$$

$$Z = \omega L_s + Z_{57} = \omega L_s + \left( \frac{2\omega \cdot C}{2\omega^2 LC - 1} - \frac{\omega \cdot C}{\omega^2 LC - 1} \right)^{-1}$$

sostituendo la pulsazione corrispondente a tre volte la frequenza di rete (tale ottenimento potrebbe ricavarsi "graficando" la funzione per trovare il punto di risonanza):

$$\omega = 2\pi 150 = 942,5 \text{ rad/sec}$$

$$Z_5 = -2,25\Omega \quad Z_7 = -5,79\Omega$$

$$Z_{57} = 1,62\Omega \quad Z = 1,14\Omega$$

questo valore d'impedenza ci permette di prevedere che le correnti non supereranno valori di qualche ampere, ampiamente sopportabili dai nostri filtri.

Ricaviamo l'espressione del fattore di potenza nel caso con e senza filtro.

Per definizione il fattore di potenza vale:

$$P.F. = \lambda = \frac{P}{A} = \frac{V_0 I_0}{3V_f I_A} \quad \text{con} \quad I_A = \sqrt{\frac{2}{3}} I_0 \quad (\text{onda quadra})$$

ottenuta ipotizzando che la potenza attiva in ingresso sia uguale a quella in uscita e quindi in assenza di perdite.

$$P.F. = \lambda = \frac{V_0}{3V_f \sqrt{\frac{2}{3}}}$$

La corrente  $I_A$  può essere riscritta come somma delle sue armoniche ed in funzione del ritardo di conduzione e partendo dalla componente della corrente a 50Hz in fase con la tensione:

$$I_A = \frac{I_1}{\cos(\alpha)} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 + \left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2 + \dots}$$

dove si può sostituire:

$$\cos(\alpha) = \frac{V_0}{V_f} \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{2}{3}}$$

e tenendo conto che:  $3V_f I_1 = V_0 I_0$  si ottiene:

$$I_A = I_0 \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 + \left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2 + \dots}$$

Da questa si può ricavare un'espressione del fattore di potenza di potenza in funzione del solo  $\cos(\varphi)$ :

$$P.F. = \lambda = \frac{V_0 I_0}{3V_f \frac{V_0 I_0}{3V_f} \frac{1}{\cos(\varphi)} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 + \left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2 + \dots}}$$

$$P.F. = \lambda = \frac{\cos(\varphi)}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 + \left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2 + \dots}}$$

Con le trappole si eliminano i contributi dovuti alla 5 e 7 armonica:

$$P.F. = \lambda = \frac{\cos(\varphi)}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{11}\right)^2 + \left(\frac{1}{13}\right)^2 + [\dots]}}$$

Copyright 2002 by © Andrea Silvan