

## ELETTRONICA INDUSTRIALE DI POTENZA

## Esercitazione 5

**CALCOLO DELL'AMPIEZZA DELLE ARMONICHE  
DELLA CORRENTE ASSORBITA DA UN RADDRIZZATORE  
A PONTE TRIFASE CONTROLLATO,  
CON COMMUTAZIONE NON ISTANTANEA**

Si consideri un raddrizzatore a ponte totalmente controllato, alimentato da una rete sinusoidale a 50 Hz, con tensione a vuoto di 380 V e con impedenza di fase puramente induttiva (induttanza di commutazione pari a 0,6 mH).

Si supponga che il raddrizzatore eroghi una corrente perfettamente spianata, pari a  $I_d$ , e funzioni con angolo di parzializzazione  $\alpha$ .

Si risponda ai seguenti quesiti:

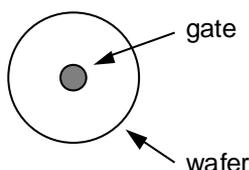
- ✓ studiare analiticamente il transitorio di commutazione;
- ✓ determinare il valore dell'angolo di commutazione  $u$ ;
- ✓ disegnare la forma d'onda della corrente assorbita da una fase;
- ✓ calcolare l'ampiezza e la fase della componente fondamentale della corrente assorbita;
- ✓ calcolare lo spettro delle armoniche fino al 19esimo ordine e confrontare i risultati con quelli della commutazione istantanea.

Sia  $\alpha = 57,5^\circ$  e  $I_d = 218 \text{ A}$

### OSSERVAZIONI PRELIMINARI SUI TIRISTORI

La caratteristica dei ponti raddrizzatori è di poter fornire in uscita una tensione continua regolabile con continuità mantenendo sempre un elevato rendimento del sistema.

Il componente utilizzato per costruire il ramo raddrizzatore è il tiristore la cui caratteristica principale è di poter regolare l'istante di accensione e quindi di conduzione.

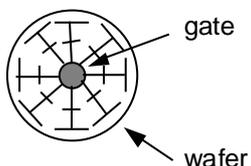


Possiamo schematizzare il tiristore come rappresentato in figura, al centro del wafer di silicio è collocato il terminale di gate.

L'accensione può avvenire grazie al segnale di gate se il tiristore è sottoposto ad una tensione diretta di valore maggiore alla caduta di tensione, oppure anche in assenza del segnale di porta, se il valore della tensione diretta è maggiore di un valore caratteristico di ciascun tipo; questo secondo funzionamento è da evitare in quanto il tiristore è sottoposto ad una tensione considerevole, superato un certo valore limite si ha l'accensione spontanea, la caduta di tensione diventa

subito inferiore, contemporaneamente la corrente ha un brusco aumento provocando potenze perse che possono assumere valori tali da danneggiare il semiconduttore. Si preferisce perciò il comando mediante il segnale di gate, infatti con una piccola corrente si può comandare l'accensione del tiristore anche a basse tensioni limitando così le perdite per commutazione. In seguito il tiristore tornerà automaticamente nello stato di blocco non appena la corrente scenderà al di sotto un determinato valore minimo.

Utilizzando la corrente di gate per l'accensione nasce un secondo problema, infatti, iniettando la corrente di gate, le cariche si diffondono dal centro del disco verso le zone esterne con un tempo finito non approssimabile a zero, di conseguenza la superficie del tiristore non entra in



conduzione in modo omogeneo. Negli istanti iniziali è come se avessimo un tiristore più piccolo, caratterizzato perciò da una maggiore resistenza di conduzione e di conseguenza un inaccettabile riscaldamento della giunzione che alla lunga può danneggiarsi. Per risolvere questo problema si può innanzitutto pensare di generare una corrente di controllo con un fronte di salita rapido, e come secondo accorgimento utilizzare tiristori con gate

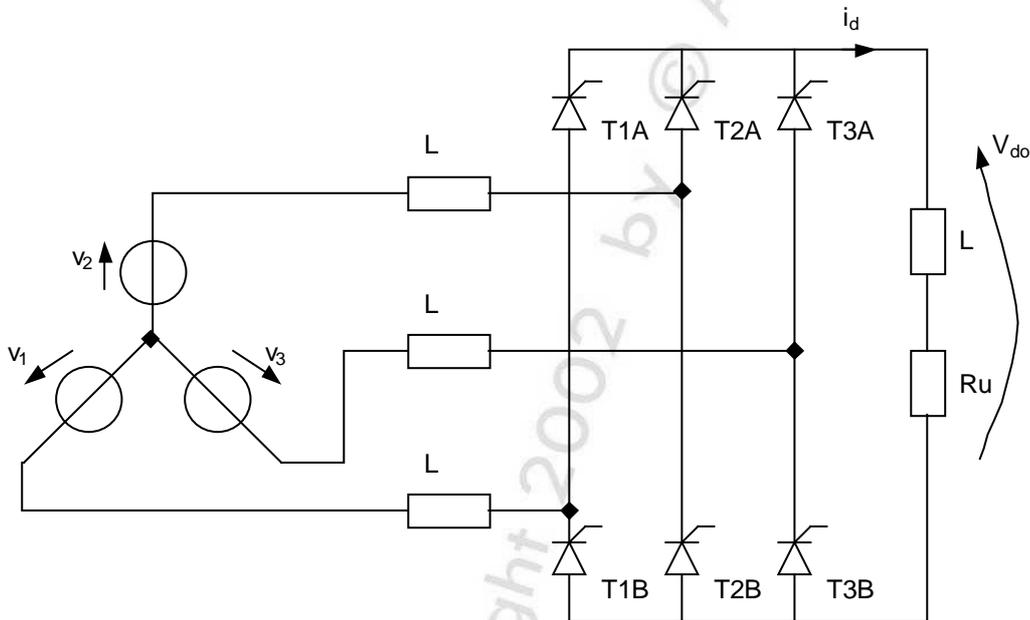
interdigitato, ossia costruito con una struttura ramificata che permette alla cariche di raggiungere più velocemente tutto il dischetto di semiconduttore e diminuire così il tempo necessario per la completa accensione.

Il vantaggio di usare tiristori invece dei diodi in un ponte raddrizzatore è la possibilità di regolare secondo le esigenze il valore efficace della tensione in uscita, questo risultato si ottiene ritardando l'accensione dei tiristori rispetto agli istanti in cui entrerebbero in conduzione i corrispondenti diodi di un ponte raddrizzatore non controllato.

### **PUNTO 1)**

*Studiare analiticamente il transitorio di commutazione;*

lo schema generico di un ponte raddrizzatore trifase controllato è il seguente:



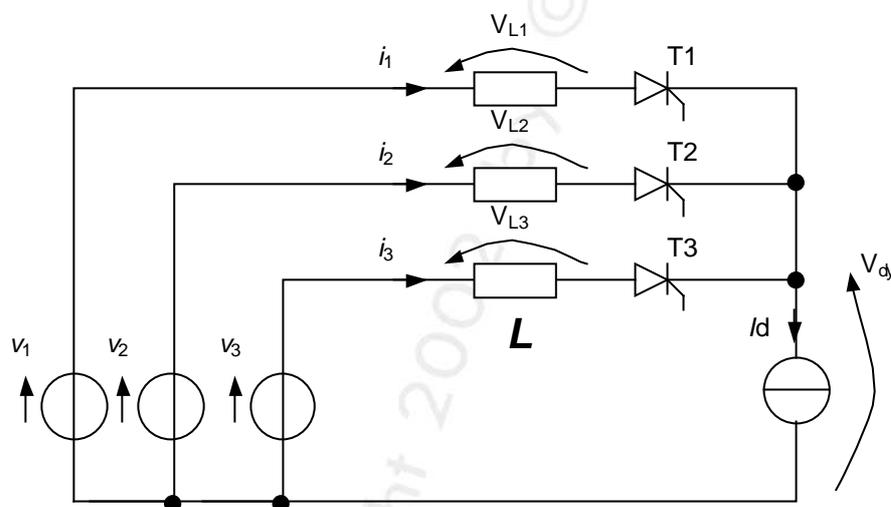
Si nota la somiglianza circuitale con il ponte di Graetz a diodi salvo la sostituzione di questi con sei tiristori.

Come nel ponte non controllato, anche in questo caso il passaggio della corrente nel carico è determinata dalla conduzione simultanea di un tiristore alto e uno basso; condizione necessaria per la conduzione è la presenza contemporanea del segnale di gate al tiristore alto e basso. Ogni tipo di tiristore è caratterizzato da una massima velocità di crescita della corrente  $di/dt$ , per impedire che i fronti di salita siano più rapidi di quelli sopportabili si inseriscono le induttanze di commutazione in serie ad ogni semiconduttore.

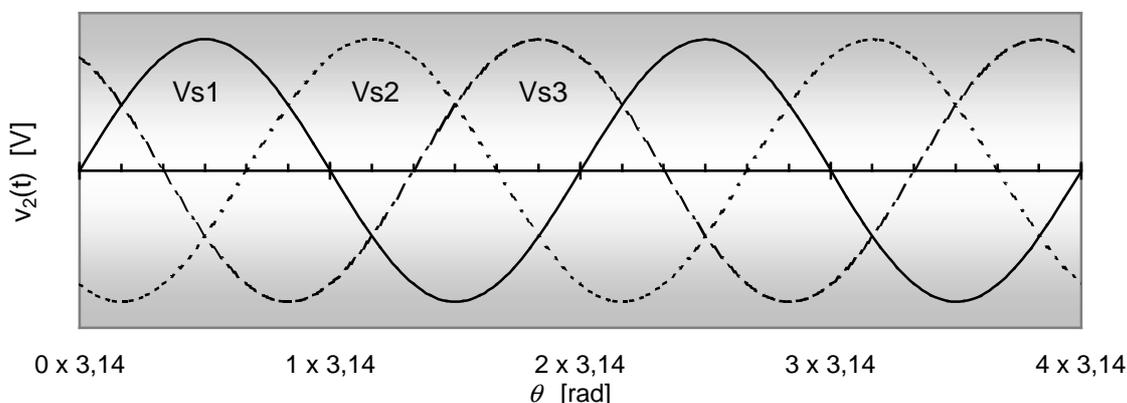
Nelle maggior parte delle applicazioni industriali il carico sarà rappresentato da motori in corrente continua, o comunque carichi di tipo ohmico-induttivo dove la componente resistiva si può ritenere trascurabile rispetto alla induttiva. Nel caso di carichi attivi si deve tener conto della presenza di una eventuale forza elettromotrice che dovrà essere bilanciata istante per istante dalla tensione continua in uscita dal raddrizzatore, con questa osservazione si spiega l'inserzione di induttanze in serie al carico per spianare l'andamento della corrente assorbendo l'eventuale differenza di tensione.

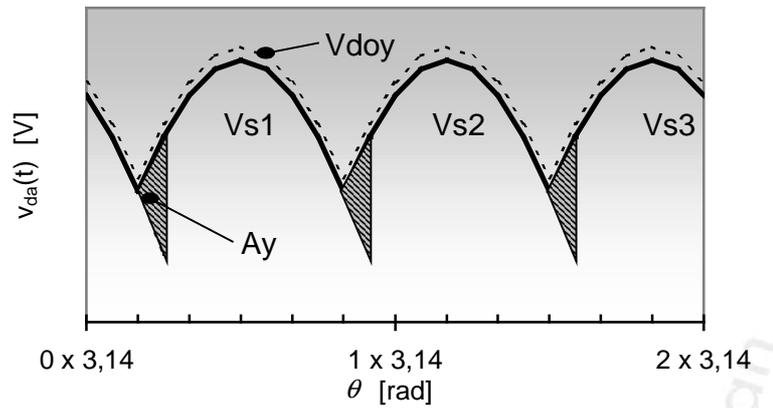
*ANALIZZIAMO ANALITICAMENTE IL PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO*

Volendo analizzare il comportamento elettrico del convertitore conviene tener conto della possibilità di poterlo scomporre in due stelle di tiristori funzionanti indipendentemente, che forniscono una tensione raddrizzata  $V_{dy}$  metà di quella del ponte completo e sostituendo al carico nominale uno immaginario di metà valore. Il circuito equivalente ottenuto si richiude mediante un conduttore immaginario di neutro che collega il centro stella delle sorgenti al morsetto ipotetico di mezzo carico.



Per schematizzare ulteriormente il circuito pensiamo di sostituire al mezzo carico un generatore equivalente di corrente di intensità  $I_d$  pari a quella che assorbe il mezzo carico con applicata la  $V_{dy}$ .  
 Con il controllo di fase, la forma d'onda della tensione segue la sinusoide finché non viene acceso il tiristore successivo, in questo modo la tensione raddrizzata risultante è la differenza fra la tensione che si avrebbe senza controllo  $V_{do}$  (che segue le creste delle sinusoidi), meno un contributo  $V_\alpha$  pari all'area tratteggiata. Anche graficamente si osserva che  $V_{do}$  diminuisce all'aumentare di  $V_\alpha$  e quindi di  $\alpha$ . Con riferimento alla figura si ricava:





$$V_{d\alpha} = V_{d0} - V_{\alpha} \qquad V_{\alpha y} = \sqrt{2}V_f \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} (1 - \cos\alpha)$$

$$V_{\alpha y} = \frac{A_y}{2\pi/3} = \frac{3}{2\pi} \int_0^{\alpha} \sqrt{3} \sqrt{2} V_f \sin(\theta) d\theta = V_f \frac{3\sqrt{6}}{2\pi} (1 - \cos\alpha)$$

$$V_{\alpha} = V_f \frac{3\sqrt{6}}{\pi} (1 - \cos\alpha)$$

$$V_{doy} = V_f \frac{3\sqrt{2}\sqrt{3}}{2\pi}$$

$$V_{d0} = 2V_{doy} = V_f \frac{3\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi}$$

$$V_{d\alpha} = V_{d0} \cos\alpha$$

## **PUNTO 2)**

Determinare il valore dell'angolo di commutazione  $u$ ;

I tiristori non entrano in conduzione immediatamente, si deve tener conto dell'effetto dovuto alle induttanze  $L$  di commutazione sulla linea. Consideriamo  $T_1$  in conduzione quando inizia a condurre anche  $T_2$ , la corrente  $i_1$  diminuisce essendo  $V_{S2}$  maggiore di  $V_{S1}$ , quando la  $i_2$  raggiunge il valore  $I_d$  allora la  $i_1$  si annulla e  $T_1$  si spegne, durante questo transitorio la tensione sul carico è la media delle due sorgenti  $V_{S2}$   $V_{S1}$  (con l'ipotesi che le tre  $L$  siano uguali).

Studiamo la commutazione  $T_1$ - $T_2$ ; essendo la corrente nel carico costante:

$$I_d = i_1(t) + i_2(t)$$

La tensione ai catodi dei tiristori deve essere la stessa sia dal lato 1 che dal 2:

$$v_1(t) - v_{L1}(t) = v_2(t) - v_{L2}(t) \qquad \text{con:} \qquad v_{L1}(t) = L \frac{d}{dt} i_1(t) \qquad v_{L2}(t) = L \frac{d}{dt} i_2(t)$$

sostituendo:

$$v_{21}(t) = v_2(t) - v_1(t) = L \frac{d}{dt} i_2(t) - L \frac{d}{dt} i_1(t)$$

Uguagliandola alla tensione concatenata:

$$v_{21}(t) = \sqrt{3}\sqrt{2}V_f \text{sen}(\omega t)$$

Uguagliando le espressioni si ha:

$$\sqrt{3}\sqrt{2}V_f \text{sen}(\omega t) = L \frac{d}{dt} i_2(t) - L \frac{d}{dt} i_1(t)$$

da cui si ricava:

$$\sqrt{3}\sqrt{2}V_f \text{sen}(\omega t) = L \frac{d}{dt} [I_d - i_1(t)] - L \frac{d}{dt} i_1(t)$$

$$\sqrt{3}\sqrt{2}V_f \text{sen}(\omega t) = -2L \frac{d}{dt} i_1(t) = L \frac{d}{dt} i_2(t)$$

$$\frac{d}{dt} i_2(t) = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f \text{sen}(\omega t)}{2L}$$

Scegliendo come istante iniziale di integrazione la fine del controllo di fase:

$$t_0 = \frac{\alpha}{2\pi f}$$

e integrando:

$$i_2(t) = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f}{2L} \int_{\frac{\alpha}{2\pi f}}^t \text{sen}(\omega t) dt = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f}{2\omega L} \int_{\alpha}^{\omega t} \text{sen}(x) dx = -\frac{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f}{2\omega L} \cos(x) + A$$

Imponendo la condizione iniziale si ricava la costante d'integrazione A:

$$i_2(\alpha) = 0 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f}{2\omega L} \cos(\alpha) \quad i_2(t) = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f}{2\omega L} (\cos(\alpha) - \cos(\omega t))$$

$$i_1(t) = I_d - i_2(t)$$

Calcoliamo ora l'angolo di commutazione "u" imponendo il valore finale di  $i_2$ :

$$i_2(\alpha + u) = I_d$$

$$\frac{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f}{2\omega L} (\cos(\alpha) - \cos(\alpha + u)) = I_d$$

$$(\cos(\alpha) - \cos(\alpha + u)) = I_d \frac{2\omega L}{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f}$$

$$\cos(\alpha + u) = \cos(\alpha) - I_d \frac{2\omega L}{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f} \quad \alpha + u = \arccos \left[ \cos(\alpha) - I_d \frac{2\omega L}{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f} \right]$$

$$u = \arccos \left[ \cos(\alpha) - I_d \frac{2\omega L}{\sqrt{3}\sqrt{2}V_f} \right] - \alpha \quad u = \arccos \left[ \cos(\alpha) - I_d \frac{2X_L}{\sqrt{6}V_f} \right] - \alpha$$

### **PUNTO 3)**

Disegnare la forma d'onda della corrente assorbita da una fase;

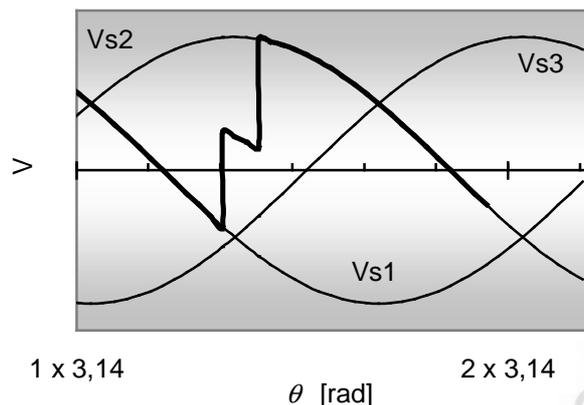
Utilizzando i valori di  $u$  ed  $\alpha$  si può tracciare l'andamento della tensione:

Risolvendo numericamente con i dati del testo ricaviamo il valore del ritardo di commutazione dovuto agli induttori per poter poi procedere alla rappresentazione grafica della forma d'onda:

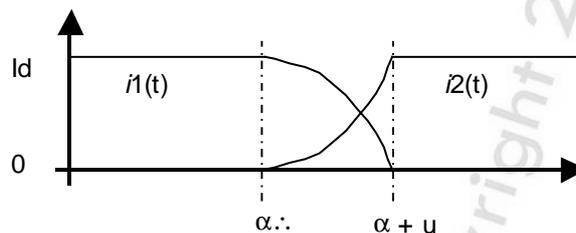
$$u = \arccos \left[ \cos(\alpha) - I_d \frac{2X_L}{\sqrt{6V_f}} \right] - \alpha = 9,87^\circ$$

La  $v_{dy}$  andrà tracciata graficamente tenendo, quindi, conto che:

$$\begin{aligned} 0 \leq \omega(t) < \alpha &\rightarrow v_1 \\ \alpha < \omega(t) < \alpha + u &\rightarrow \frac{v_1 + v_2}{2} \\ \omega(t) > \alpha + u &\rightarrow v_2 \end{aligned}$$



La corrente durante la commutazione seguirà l'andamento:



### **PUNTO 4)**

Calcolare l'ampiezza e la fase della componente fondamentale della corrente assorbita;

Con il controllo di fase si introduce un ulteriore sfasamento fra la tensione e la corrente, quindi potenza reattiva scambiata nel circuito; a parità di corrente assorbita dal carico, facendo diminuire la tensione raddrizzata, si diminuisce la potenza attiva trasmessa mentre la potenza apparente assorbita dalla rete rimane costante.

Supponiamo di trascurare lo sfasamento introdotto dalle L di commutazione, per la conservazione della potenza in ingresso e in uscita dal convertitore della prima armonica:

$$3V_f I_{1A} \cos(\varphi) = V_{do} I_d$$

Il fattore di potenza totale si calcola come:

$$\lambda = \frac{P}{A} = \frac{P}{A_1} \frac{A_1}{A} = \cos(\varphi) \cdot v$$

dove "v" è la "distorsione" e  $\cos\phi$  è il fattore di sfasamento.

Si deve ricavare l'espressione di  $V_d$ :

$$v_{L1} = L \frac{d}{dt} i_1(t) = L \frac{d}{dt} \left[ I_d - \frac{\sqrt{6}V_f}{2\omega L} (\cos(\alpha) - \cos(\omega t)) \right] = \frac{\sqrt{6}V_f}{2} \text{sen}(\omega t)$$

$$v_{L2} = L \frac{d}{dt} i_2(t) = \frac{\sqrt{6}V_f}{2} \text{sen}(\omega t)$$

chiamiamo tensione di sulle L di commutazione:

$$v_{Lcom} \triangleq v_{L2} = -v_{L1} = \frac{\sqrt{6}V_f}{2} \text{sen}(\omega t)$$

Ora imponendo l'uguaglianza delle tensioni catodiche di  $T_1$  e  $T_2$ :

$$v_1 - v_{L1} = v_{dy} = v_2 - v_{L2}$$

$$v_1 + v_{Lcom} = v_{dy} \quad v_2 - v_{Lcom} = v_{dy}$$

da cui:

$$v_{Lcom} = \frac{v_1 - v_2}{2} \quad v_{dy} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Calcoliamo ora il contributo di tensione perso a causa della commutazione:

$$V_{uy} = \frac{1}{2\pi/3} \int_{\alpha}^{\alpha+u} \frac{\sqrt{6}V_f}{2} \text{sen}(x) dx = \frac{3\sqrt{6}V_f}{4\pi} [\cos(\alpha) - \cos(\alpha+u)]$$

essendo la tensione raddrizzata per una stella:

$$V_{doy} = \frac{3\sqrt{6}V_f}{2\pi}$$

risulta:

$$V_{uy} = V_{doy} \frac{\cos(\alpha) - \cos(\alpha+u)}{2}$$

$$\frac{V_{uy}}{V_{doy}} = \frac{\cos(\alpha) - \cos(\alpha+u)}{2} = \frac{X_L I_d}{\sqrt{2} \sqrt{3} V_f}$$

il valore medio della tensione raddrizzata di stella (mezzo ponte) vale:

$$V_{dy} = V_{doy} - V_{\alpha y} - V_{uy} = V_{doy} \left( 1 - \frac{V_{\alpha y}}{V_{doy}} - \frac{V_{uy}}{V_{doy}} \right) = V_{doy} \left[ 1 - \left( 1 - \cos(\alpha) - \frac{\cos(\alpha) - \cos(\alpha+u)}{2} \right) \right]$$

$$V_{dy} = V_{doy} \left[ \cos(\alpha) - \frac{\omega L I_d}{\sqrt{6} V_f} \right] \quad \text{con} \quad V_{doy} = \frac{3\sqrt{6}V_f}{2\pi}$$

Perciò per il ponte intero:

$$V_d = V_{do} \left[ \cos(\alpha) - \frac{\omega L I_d}{\sqrt{6} V_f} \right] \quad \text{con} \quad V_{do} = \frac{3\sqrt{6} V_f}{\pi}$$

la potenza fornita al carico risulta:

$$V_d I_d = V_{do} I_d \cos(\alpha) - V_{do} \frac{X_L I_d^2}{\sqrt{6} V_f}$$

Nell'approssimazione che la fondamentale della  $I_d$  è ancora una forma rettangolare base, e quindi nel caso di commutazione istantanea  $u = 0$ ,  $\alpha = 0$  diventa:

$$3V_f I_{1A} = V_{do} I_d \quad \Rightarrow \quad I_{1A} = \frac{V_{do} I_d}{3V_f}$$

che sostituita nell'espressione della conservazione della potenza fra ingresso e uscita:

$$3V_f I_{1A} \cos(\varphi) = V_d I_d$$

$$3V_f I_d \frac{V_{do}}{3V_f} \cos(\varphi) = V_d I_d$$

$$I_d V_{do} \cos(\varphi) = V_{do} I_d \cos(\alpha) - V_{do} \frac{X_L I_d^2}{\sqrt{6} V_f}$$

da cui lo sfasamento:

$$\cos(\varphi) = \cos(\alpha) - \frac{X_L I_d}{\sqrt{6} V_f} = 0,461 \quad \text{con } \alpha = 57,5^\circ \Rightarrow \varphi = 62,55^\circ$$

Sostituendo i valori numerici si ricava:

$$V_{do} = \frac{3\sqrt{6} V_f}{\pi} = 514V \quad \rightarrow \quad I_{1A} = \frac{V_{do} I_d}{3V_f} = \frac{218 \cdot 514}{3 \cdot 220} = 169,9A$$

$$V_{doy} = \frac{3\sqrt{6} V_f}{2\pi} = 257,3V$$

$$V_{uy} = V_{doy} \frac{\cos(\alpha) - \cos(\alpha + u)}{2} = V_{doy} \frac{X_L I_d}{\sqrt{2} \sqrt{3} V_f} = 19,16V$$

$$dX_n = \frac{V_{ny}}{V_{doy}} 100 = 7,62\%$$

→ Diminuzione della tensione che ci si aspetterebbe in assenza di L

### **PUNTO 5)**

*Calcolare lo spettro delle armoniche fino al 19esimo ordine e confrontare i risultati con quelli della commutazione istantanea;*

Dalla teoria si ricava che il rapporto tra la potenza teorica lato continua e la potenza apparente in alternata coincide con il rapporto fra il valore efficace dell'armonica fondamentale e il valore efficace della corrente di linea. Da questa relazione si può dedurre che per un convertitore con  $q$  impulsi presenterà in linea solo armoniche di ordine multiplo di  $q + 1$  e valore efficace pari ad un  $n$ -esimo dell'armonica fondamentale.

Nel nostro caso a 6 impulsi di tensione si avranno perciò solo le armoniche 5, 7, 11, 13, 17, 19 e così via.

Se il circuito funziona con controllo di fase si può far riferimento alle caratteristiche dei data sheets dove viene riportato il valore di corrente dell' $n$ -esima armonica rispetto al valore di riferimento senza controllo di fase in funzione di  $dX_n$ , ed al variare di  $\alpha$  e di  $u$ .

Ordine "h"	Ampiezza teorica [A]	Fattore di riduzione con $\alpha = 57,5^\circ$	Ampiezza reale [A]
5	$169,9/5=34$	0,95	32,3
7	$170/7=24,3$	0,9	21,8
11	$170/11=15,44$	0,78	12,
13	$170/13=13,1$	0,69	9,04
17	$170/17=10$	0,55	5,5
19	$170/19=8,9$	0,45	4

Dai risultati si nota che le armoniche hanno ampiezza inferiore rispetto al caso di commutazione ideale (senza ritardi  $u=0$ ), in particolare sono più attenuate le armoniche con ordine alto che rappresentano gli spigoli vivi dell'onda di corrente. Il miglior funzionamento del ponte controllato si spiega osservando che la forma d'onda della corrente nel ponte di Graetz è un'onda quadra e quindi a forte contenuto armonico.

#### *Osservazione finale:*

Da quest'ultimo ragionamento fatto si deduce anche una ulteriore interessante osservazione, ossia che le forme d'onda perfettamente rettangolari non possono esistere in quanto darebbero origine, o meglio sarebbero originate, da infinite armoniche e per ogni armonica che implicherebbero la presenza di una c.d.t. infinita sulle impedenze di linea il che denota l'impossibilità di esistenza di tale forma d'onda nella realtà.